

دراسة وتمثيل الدوال العددية (تمارين) (1^{ème} STE+ 1^{ème} STM)

التمرين 1 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}$ ؛ و (C_f) منحنى الدالة f في معلم $(0; \bar{i}; \bar{j})$ متعامد ممنظم.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ؛ واحسب نهايات الدالة f عند محداث D_f .
2. احسب $f'(x)$ لكل x من D_f . وأعط جدول تغيرات الدالة f على D_f .
3. بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب للمنحنى (C_f) للدالة f وأعط مقاربا آخر للمنحنى (C_f) .
4. أنشئ المنحنى (C_f) .

5. نعتبر الدالة g المعرفة على $IR - \{2\}$ ب : $g(x) = \frac{x^2 + x - 2}{|x-2|}$

- أ - بين أن : $g(x) = f(x)$ إذا كان $x \in]2; +\infty[$ وأن : $g(x) = -f(x)$ إذا كان $x \in]-\infty; 2[$.
 ب - مثل مبيانيا في المعلم السابق الدالة g .

التمرين 2 :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بما يلي : $f(x) = 1 + \frac{1-2x}{x^2 - x - 2}$ ؛ و (C_f) منحنى الدالة f في معلم $(0; \bar{i}; \bar{j})$ متعامد ممنظم.

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ؛ واحسب نهايات الدالة f عند محداث D_f .
2. احسب $f'(x)$ لكل x من D_f وادرس إشارتها ثم أعط جدول تغيرات الدالة f .
3. أ - بين أن المنحنى (C_f) يقبل النقطة $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ كنقطة انعطاف ؛ و حدد معادلة المماس ل (C_f) في النقطة I .
 ب - بين أن النقطة $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ هي مركز تماثل المنحنى (C_f) .
4. ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
 5. أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين 3

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{1-x^2} & ; |x| \leq 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{x}{x^2+1} & ; |x| > 1 \end{cases}$$

- 1 (ادرس قابلية اشتقاق f في النقطتين 1 و -1 وأعط تأويلا هندسيا للنتائج المحصل عليها .
- 2 (أ - احسب $f'(x)$ لكل x من $]1; +\infty[$ واحسب $f'(x)$ لكل x من $] -\infty; -1[$.
 ب - ادرس تغيرات الدالة f وأعط جدول تغيراتها .
- 3 (ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى ومقاربه .
- 4 (ادرس تقعر المنحنى (C_f) . 5 (أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين 4 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

- 1 (أ - حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . ب - بين أن f دالة فردية . ج - بين أن f دالة دورية دورها 2π .
- 2 (بين أن : $f'(x) = \frac{1}{1 + \cos x}$: $\forall x \in]0; \pi[$ وأعط جدول تغيرات الدالة f .
- 3 (أ - حدد تقعر (C_f) منحنى الدالة f . ب - أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين 5 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$

- 1 (حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f واحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- 2 (أ - بين أن f دالة دورية وحدد دورها . ب - تحقق أن f دالة زوجية واستنتج مجموعة الدراسة D_E .

3) ادرس تغيرات الدالة f على D_E وأعط جدول تغيراتها . 4) أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين 6 :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2-x} & ; \quad x \in [0;1] \\ f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} & ; \quad x \in]-\infty;0[\cup]1;+\infty[\end{cases}$$

1. حدد نهايات f عند $+\infty$ و $-\infty$.
 2. ادرس قابلية اشتقاق f في كل من 0 و 1 وأول النتيجة هندسيا .
 3. احسب $f'(x)$ لكل $x \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ وادرس إشارتها وأعط جدول تغيرات f .
 4. ادرس الفروع اللانهائية وأنشئ (C_f) منحنى الدالة f في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ متعامد ممنظم ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$) .

التمرين 7 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x-1}}$ ؛ وليكن (C_f) منحنائها في معلم

معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ متعامد ممنظم .

- 1 (حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
 2 (ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في النقطة $x_0 = 0$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .
 3 (ادرس تغيرات الدالة f وأعط جدول تغيراتها .
 4 (ادرس الفروع اللانهائية . 5) أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين 8 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 2)^2}$ ؛ وليكن (C_f) منحنائها في معلم

معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ متعامد ممنظم .

- 1 (حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f وبين أن f دالة فردية .
 2 (أ - احسب نهايات الدالة f عند محداث مجموعة الدراسة : $D_E = [0; \sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}; +\infty[$ ؛
 ب - استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
 3 (أ - بين أن : $f'(x) = \frac{-(3x^2 + 2)}{(x^2 - 2)^3}$ لكل x من D_f . ثم أعط جدول تغيرات الدالة f .
 ب - حدد معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة التي أفصولها 0 .
 4 (أ - أنشئ المنحنى (C_f) .
 ب - احسب $f(1)$ واستنتج مبيانيا حلول المتراجحة $f(x) \leq 1$ في : $]-\infty; -\sqrt{2}[\cup]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$.

التمرين 9 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x + 3}{(x+1)^2}$ ؛ وليكن (C_f) منحنائها في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ م - م .

1 (حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f ؛ واحسب نهايات الدالة f عند محداث D_f .

2 (أ - بين أن : $f'(x) = \frac{(x+1)(x-1)(x+2)^2}{(x+1)^4}$ لكل x من D_f .

ب - ادرس إشارة $f'(x)$ وأعط جدول تغيرات الدالة f .

3 (أ - بين أن : $f(x) = x - 1 + \frac{3x+4}{(x+1)^2}$ لكل x من D_f .

ب - استنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ج - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) .

4 (أ - أوجد معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول -2 . ب - أنشئ المنحنى (C_f) .

5 (ناقش مبيانيا حسب الباراميتير الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $x^3 + (1-m)x^2 + 2(1-m)x + 3 - m = 0$.