المتتاليات العددية
تمارين ($1^{ére}$ STE_1)

تمرين 7 :

نعتبر المتتالية الحسابية (a_n) بحيث : $\begin{cases} a_4 + a_6 = 6 \\ a_8 + a_{10} + a_{12} + a_{14} = 228 \end{cases}$.

احسب الحد الأول a_0 والأساس r لهذه المتتالية .

تمرين 8 :

a و b و c ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية بحيث : a + b + c =30 و (a – 5) و(b -3) و c هي ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية .

احسب : a و b و c .

تمرين 9 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = -1$ و $U_{n+1} = \dfrac{4}{4-U_n}$ لكل n من IN .

1) أ ــ بين أن $U_n \prec 2$ لكل n من IN .

ب ــ بين أن $(U_n)_{n\geq 0}$ تزايدية .

2) نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $V_n = \dfrac{1}{2-U_n}$ لكل n من IN .

أ ــ بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

ب ــ احسب V_n ثم U_n بدلالة n .

ج ــ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 10:

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = 1 + \dfrac{2}{5}U_n$ لكل n من IN .

ونعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in IN}$ المعرفة ب : $V_n = U_n - \dfrac{5}{3}$.

أ ــ بين أن : $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ــ عبر عن V_n بدلالة n .

ج ــ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 11 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n - 4}{U_n + 6} \end{cases}$ لكل n من IN

1. بين أن : $\forall n \in IN : -1 \prec U_n \prec 0$.
2. بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ تناقصية قطعا .
3. نضع : $V_n = \dfrac{1+U_n}{4+U_n}$ لكل n من IN .

أ ــ بين أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ــ احسب V_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n .

ج ــ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 12 :

1) تمرين 52 ص 79 (من الكتاب المدرسي)

2) تمرين 54 ص 79 (من الكتاب المدرسي)

اليمني محمد www.sbaysite.com

ثانوية الأمير مولاي عبد الله التقنية
سيدي قاسم

السبت 23 فبراير 2008

فرض منزلي رقم 1 (الدورة 2)
قسم ($1^{ére}$ STE$_1$)

تمرين 1:

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_1 = 1 \quad ; \quad u_2 = 2 \\ \forall n \succ 2 \quad : \quad u_n = \dfrac{u_{n-1}+u_{n-2}}{2} \end{cases}$.

1. احسب : u3 و u4 و u5 .
2. لتكن $(v_n)_{n\geq 1}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} v_1 = u_1 \\ \forall n \succ 1 \quad v_n = u_n - u_{n-1} \end{cases}$

أ ـ احسب : v2 و v3 و v4 و v5 .
ب ـ بين أنه من أجل $n \geq 2$ المتتالية $(v_n)_{n\geq 2}$ متتالية هندسية وحدد أساسها .
ج ـ بين أن : $u_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$.

تمرين 2

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{9}{6-u_n} \quad ; \quad n \in IN \end{cases}$

1) بين بالترجع أن : $\forall n \in IN : u_n \prec 3$ وبين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية .
2) نضع : $\forall n \in IN : v_n = \dfrac{1}{u_n - 3}$.

أ ـ بين أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول .
ب ـ احسب v_n ثم u_n بدلالة n .
ج ـ حدد n من IN بحيث : $v_0 + v_1 + ... + v_n = -44$

تمرين 3 :

1) ليكن α عنصرا من المجال $\left]\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right[$ بحيث : $\sin\alpha = -\dfrac{12}{13}$. حدد قيمة كل من $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)$ و $\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)$

2) ليكن α و β عنصرين من المجال $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ بحيث : $\sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ و $\sin\beta = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

بين أن : $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{4}$

تمرين 4:

1. أكتب على شكل جداء المجموع : $Cos2x + Cos\left(4x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
2. بين أن : $Cos\dfrac{\pi}{18} - \sqrt{3}Sin\dfrac{\pi}{18} = 2Cos\left(\dfrac{7\pi}{18}\right)$.
3. ليكن x عددا حقيقيا . أ ـ بين أن : $Sin3x = 3Sin(x) - 4Sin^3(x)$.

ب ـ استنتج : $Sin^3 x$ بدلالة $Sin(x)$ و $Sin(3x)$.

تمرين 5 :

نعتبر المعادلة : $Cos(x) + \sqrt{3}Sin(x) = 1$ ؛ نضع : $t = \tan\dfrac{x}{2}$ حيث : $x \neq \pi + 2k\pi$ ، $(k \in Z)$.

1. بين أن : $Cos(x) + \sqrt{3}Sin(x) = 1 \Leftrightarrow 2t^2 - 2\sqrt{3}t = 0$.
2. حل في IR المعادلة : $2t^2 - 2\sqrt{3}t = 0$.

استنتج حلول المعادلة : $Cos(x) + \sqrt{3}Sin(x) = 1$ في المجال $[0,2\pi]$.

اليمني محمد www.sbaysite.com

المتتاليات العددية
تمارين ($1^{ére}$ STE_2)

تمرين 7 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = -1$ و $U_{n+1} = \dfrac{4}{4-U_n}$ لكل n من IN .

1) أ ــ بين أن $U_n \prec 2$ لكل n من IN .

ب ــ بين أن $(U_n)_{n\geq 0}$ تزايدية .

2) نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $V_n = \dfrac{1}{2-U_n}$ لكل n من IN .

أ ــ بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

ب ــ احسب V_n ثم U_n بدلالة n .

ج ــ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 8 :

نعتبر المتتالية الحسابية (a_n) بحيث : $\begin{cases} a_4 + a_6 = 6 \\ a_8 + a_{10} + a_{12} + a_{14} = 228 \end{cases}$.

احسب الحد الأول a_0 والأساس r لهذه المتتالية .

تمرين 9 :

a وb و c ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية بحيث : a + b + c =30 و (a – 5)و(b -3) و c هي ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية .

احسب : a و b و c .

تمرين 10:

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = 1 + \dfrac{2}{5}U_n$ لكل n من IN .

ونعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in IN}$ المعرفة ب : $V_n = U_n - \dfrac{5}{3}$.

أ ــ بين أن : $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ــ عبر عن V_n بدلالة n .

ج ــ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 11 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n - 4}{U_n + 6} \end{cases}$ لكل n من IN

4. بين أن : $\forall n \in IN : -1 \prec U_n \prec 0$.
5. بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ تناقصية قطعا .
6. نضع : $V_n = \dfrac{1+U_n}{4+U_n}$ لكل n من IN .

أ ــ بين أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ــ احسب V_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n .

ج ــ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 12 :

1) تمرين 52 ص 79 (من الكتاب المدرسي)

2) تمرين 54 ص 79 (من الكتاب المدرسي)

المتتاليات العددية
تمارين ($1^{ére}$ STM_2)

تمرين 4 : (تمرين 44 ص 77 من الكتاب المدرسي)

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{5U_n - 1}{3+U_n}$ لكل n من IN .

ونضع $V_n = \frac{1}{U_n - 1}$

1) احسب U_1 و V_0 و V_1 .

2) بين بالترجع أن $U_n \succ 1$ لكل n من IN .

3) بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية وحدد أساسها .

4) احسب V_n ثم U_n بدلالة n .

5) احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 5 :

نعتبر المتتالية الحسابية (a_n) بحيث : $\begin{cases} a_4 + a_6 = 6 \\ a_8 + a_{10} + a_{12} + a_{14} = 228 \end{cases}$.

احسب الحد الأول a_0 والأساس r لهذه المتتالية .

تمرين 6 :

a وb و c ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية بحيث : a + b + c =30 و (a – 5) و(b -3) و c هي ثلاثة حدود متتابعة من متتالية هندسية .

احسب : a و b و c .

تمرين 7 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = 1 + \frac{2}{5}U_n$ لكل n من IN .

ونعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in IN}$ المعرفة ب : $V_n = U_n - \frac{5}{3}$.

أ ـ بين أن : $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ـ عبر عن V_n بدلالة n .

ج ـ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 8 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\left.\begin{matrix} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 4}{U_n + 6} \end{matrix}\right\}$ لكل n من IN

7. بين أن : $\forall n \in IN : -1 \prec U_n \prec 0$.

8. بين أن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ تناقصية قطعا .

9. نضع : $V_n = \frac{1+U_n}{4+U_n}$ لكل n من IN .

أ ـ بين أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ـ احسب V_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n .

ج ـ احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ بدلالة n .

تمرين 9 :

1) تمرين 52 ص 79 (من الكتاب المدرسي)

2) تمرين 54 ص 79 (من الكتاب المدرسي)

المتتاليات العددية
تمارين الدعم
($1^{ére}$ STE + $1^{ére}$ STM)

تمرين 1 :

نعتبر (a_n) متتالية حسابية أساسها r حدها الأول a_0 بحيث : $a_1+a_3=16$ و $a_1\times a_2=28$

1) احسب الحد الأول a_0 والأساس r لهذه المتتالية .

2) احسب a_n بدلالة n .

3) احسب المجموع : $S_n=a_0+a_1+...+a_n$ بدلالة n .

تمرين 2 :

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0=-1$ و $U_{n+1}=7U_n-12$ لكل n من IN .

ولتكن $(V_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $V_n=-2+U_n$ لكل n من IN .

1) بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

2) احسب V_n ثم U_n بدلالة n .

3) احسب المجموع : $S_n=V_0+V_1+....+V_n$ بدلالة n .

4) احسب المجموع : $S_n'=U_0+U_1+...+U_n$ بدلالة n .

تمرين 3:

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0=2$ و $U_{n+1}=\sqrt{12+U_n}$ لكل n من IN .

1) أ ــ بين أن $U_n \prec 4 \quad : \quad \forall n\in IN$

ب ــ بين أن : $(U_n)_{n\in IN}$ متتالية تزايدية .

2) أ ــ بين أن : $\forall n\in IN \quad : \quad 4-U_{n+1}\prec \dfrac{4-U_n}{4}$.

ب ــ استنتج أن : $\forall n\in IN^* \quad : \quad 4-U_n\prec 2\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$.

تمرين 4 :

نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $\left.\begin{array}{l} v_0=2 \\ U_{n+1}=\dfrac{v_n}{1+2^n.v_n}\end{array}\right\}$ لكل n من IN

1) احسب v_1 و v_2 .

2) بين أن $v_n\succ 0$ لكل n من IN

3)ادرس رتابة المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$.

4) نضع : $w_n=\dfrac{1}{v_n}-\dfrac{1}{v_{n-1}}$ لكل n من IN* و $S_n=w_1+w_2+...+w_n$

أ ــ بين أن : $v_n=\dfrac{2}{1+2S_n}$

ب ــ تحقق أن : $w_n=2^{n-1}$ و أن : $S_n=2^n-1$

تمرين 5 :

اشترى شخص سيارة بثمن 100 000 درهم في فاتح يناير من سنة 2006 .

بينت دراسة إحصائية أنه إذا كان U_n و U_{n+1} هما على التوالي قيمتا السيارة في فاتح يناير من السنة n وفاتح يناير من السنة n+1 بعد الشراء ، فإن : $U_{n+1}=0{,}7U_n+2100$. نضع : $U_0=100000$.

1) نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $V_n=U_n-7000$

أ ــ بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول .

ب ــ احسب V_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n .

2) ابتداء من فاتح يناير من أي سنة تصبح قيمة السيارة أقل من 10 000 درهم .