

الحساب المثلثي (تمارين)
(1^{ère} STE + 1^{ère} STM)

<p>تمرين 1 :</p> <p>(3) بسط ما يلي :</p> <p>أ - $A = \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$</p> <p>ب - $B = \sin\left(\frac{5\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right)$</p> <p>ج - $C = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \times \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>(حيث : $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ و $x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi$; $k \in Z$)</p>	<p>أ - تحقق أن : $\frac{7\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$</p> <p>ب - احسب : $\tan\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$ و $\cos\frac{7\pi}{12}$</p> <p>أ - تحقق أن : $\frac{11\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$</p> <p>ب - احسب : $\tan\frac{11\pi}{12}$ و $\sin\frac{11\pi}{12}$ و $\cos\frac{11\pi}{12}$</p>
	<p>تمرين 2 :</p> <p>أ - احسب $\cos^2 a$ و $\sin^2 a$ بدلالة $\cos 2a$</p> <p>ب - استنتج $\cos^3 a$ بدلالة $\cos a$ و $\sin^3 a$ بدلالة $\sin a$</p> <p>ج - استنتج $\sin^3 a$ بدلالة $\sin a$ و $\cos^3 a$ بدلالة $\cos a$</p> <p>أ - بين أن : $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$ وأن : $\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$</p>
	<p>تمرين 3 :</p> <p>أ - اكتب على شكل مجموع الجداءات التالية :</p> <p>$\sin x \sin 4x$ ؛ $\cos x \cos 3x$ ؛ $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>ب - اكتب على شكل مجموع الجداءات التالية :</p> <p>$\sin\left(-x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 2x$ ؛ $\cos x \cos 2x$ ؛ $\cos x \cos 2x \cos 3x$ ؛ $\sin 2x \sin 3x \sin 5x$</p>
	<p>تمرين 4 :</p> <p>أ - اكتب المجموع التالي على شكل جداء من أربعة عوامل : $\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \sin 7x$</p> <p>ب - مثلث ABC . بين أن : $\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C} = 4 \cos \frac{\hat{A}}{2} \cos \frac{\hat{B}}{2} \cos \frac{\hat{C}}{2}$</p>
	<p>تمرين 5 :</p> <p>أ - نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = 3 - 2\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x$</p> <p>ب - بين أن : $f(x) = (\sqrt{3} \cos x - \sin x)^2$ لكل x من IR</p> <p>ج - حل في IR المعادلة : $f(x) = 1$</p> <p>أ - حل في المجال $I = [-\pi, \pi]$ المتراجحتين : $\tan x \geq \sqrt{3}$ و $\tan x \leq 1$</p> <p>ب - ادرس إشارة ثلاثية الحدود : $X^2 - (1 + \sqrt{3})X + \sqrt{3}$</p> <p>ج - استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} \geq 0$ في المجال $I = [-\pi, \pi]$</p>
<p>تمرين 6 :</p> <p>حل في I المتراجحات التالية :</p> <p>6. $I = [0; \pi]$ ؛ $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>7. $I = [0; 2\pi]$ ؛ $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) > -\frac{1}{2}$</p> <p>8. $I = [-\pi; \pi]$ ؛ $\sin x + \sqrt{3} \cos x - 1 < 0$</p> <p>9. $I = [-\pi; \pi]$ ؛ $2 \sin x \tan x - \sqrt{2} \leq 0$</p>	<p>1. $I =]0; \pi[$ ؛ $2 \cos x - 1 > 0$</p> <p>2. $I = [0; 2\pi]$ ؛ $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>3. $I = [0; 2\pi]$ ؛ $\tan x \leq 1$</p> <p>4. $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ؛ $\tan 2x \leq \tan x$</p> <p>5. $I = [0; \pi]$ ؛ $2 \sin 3x < 1$</p>

تمرين 3 :

1) أ - حل في $I = \left[\frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right]$ المتراجحة : $\cos X \leq -\frac{1}{2}$.

ب - استنتج حلول المتراجحة : $\cos x - \sin x \leq -\frac{1}{2}$ في المجال $J = [0; 2\pi]$.

2) أ - حل في IR المعادلة : $4X^2 - 2(\sqrt{2} + 1)X + \sqrt{2} = 0$

ب - حل في $[-\pi; \pi]$ المعادلة : $4\cos^2 x - 2(\sqrt{2} + 1)\cos x + \sqrt{2} = 0$

ج - حل في $[-\pi; \pi]$ المتراجحة : $4\cos^2 x - 2(\sqrt{2} + 1)\cos x + \sqrt{2} > 0$

تمرين 4 :

حل في $[-\pi; \pi]$ المتراجحات التالية :

1. $2\sin 2x - \cos 2x + 2 \leq 0$

2. $\frac{\sin x - \cos x - 1}{\sqrt{3}\sin x + \cos x - \sqrt{2}} \leq 0$