

المتتاليات العددية (تمارين)
قسم : 2^{ème} STE

التمرين : ...

(1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = (-1)^n(\sqrt{n+2} - \sqrt{n}) + 5$.

أ - بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : \sqrt{n+2} - \sqrt{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}$.

ب - استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : |u_n - 5| < \frac{1}{\sqrt{n}}$.

ج - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{(-1)^n + n^2}{n^2 + \sin(\sqrt{n}) + 3}$.

أ - بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n^2 + 1}{n^2 + 4} \leq u_n \leq \frac{n^2 + 1}{n^2 + 2}$.

ب - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

(3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $\forall n \geq 3 : u_n = \frac{(-1)^n + n^2}{n - 2}$.

أ - تحقق أن : $\forall n \geq 3 : u_n \geq \frac{n^2 - 1}{n}$.

ب - استنتج تقارب المتتالية (u_n) واحسب نهايتها.

(4) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $\forall n \geq 0 : u_n = \frac{\sin n - n}{\sqrt{n+2}}$.

أ - تحقق أن : $\forall n \geq 0 : u_n \leq -\sqrt{n+2}$. ب - استنتج تقارب المتتالية (u_n) واحسب نهايتها.

التمرين : ...

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n + 3}{U_n + 2} \end{cases}$$

(1) احسب : U_1 و U_2 .

(2) بين أن : $U_n < \sqrt{3}$ لكل n من \mathbb{N} .

(3) بين أن المتتالية (U_n) تزايدية ، واستنتج أن $U_n \geq 1$ لكل n من \mathbb{N} .

(4) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ، واحسب نهايتها.

التمرين : ...

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :
$$\left. \begin{array}{l} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 4}{U_n + 6} \end{array} \right\} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : -1 < U_n < 0$.

2. بين أن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ تناقصية قطعاً ، واستنتج أن المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ متقاربة.

3. نضع : $V_n = \frac{1+U_n}{4+U_n}$ لكل n من \mathbb{N} .

أ - بين أن المتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول.

ب - احسب V_n بدلالة n واستنتج U_n بدلالة n .

ج - احسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ بدلالة n .

التمرين : ...

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = \frac{5}{2} \\ U_{n+1} = \frac{1}{2} \left(U_n + \frac{4}{U_n} \right) \end{array} \right. \text{ نعتبر المتتالية } (U_n) \text{ المعرفة بما يلي :}$$

- (1) احسب : U_1 و U_2 .
- (2) بين أن : $U_n > 2$ لكل n من \mathbb{N} .
- (3) بين أن المتتالية (U_n) تناقصية ، واستنتج أن $U_n \leq \frac{5}{2}$ لكل n من \mathbb{N} .
- (4) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ، واحسب نهايتها .